

Департамент внутренней и кадровой политики Белгородской области
Областное государственное автономное образовательное учреждение
среднего профессионального образования
«Белгородский политехнический колледж»

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

**ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА:
СТАТИКА. КИНЕМАТИКА. ДИНАМИКА**

для всех специальностей

Белгород 2013 г

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая рабочая тетрадь составлена в соответствии с рабочей программой по дисциплине «ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА». Цели рабочей тетради:

- обеспечить своевременный и рациональный контроль знаний и умений студентов;
- оказать помощь при получении практических навыков в решении задач прикладного характера;
- способствовать развитию навыков самостоятельной работы.

Техническая механика как одна из важнейших физико-математических дисциплин играет существенную роль в подготовке выпускников технических специальностей. На основных законах и принципах механики базируются многие специальные дисциплины, такие как «Дорожные машины, автомобили», «Ремонт и техническое обслуживание автомобилей», «Ремонт дорожных машин, автомобилей и тракторов», др. На основе теорем и принципов технической механики решаются многие инженерные задачи и осуществляется проектирование новых машин и механизмов. Все знания и умения, полученные при изучении технической механики, найдут применения при курсовом и дипломном проектировании, а также в практической работе на производстве.

Хорошее усвоение курса технической механики требует не только глубокого изучения теории, но и приобретения навыков в решении задач. Для этого необходимо самостоятельно решить большое количество задач по всем темам курса. Предлагаемая методика дает возможность организовывать проведение самостоятельных работ с минимальными затратами учебного времени, стимулирует регулярную работу всех студентов над изучаемым материалом.

К выполнению любой самостоятельной работы можно приступить только после изучения соответствующей темы и получения навыков решения задач. Задания представлены в последовательности тем программы и должны решаться постепенно, по мере изучения материала. Все задачи и расчеты обязательно должны быть доведены до окончательного числового результата с точностью до трех значащих цифр, если нет дополнительных указаний. Задания, сдаваемые на проверку, должны быть выполнены и оформлены в соответствии со следующими требованиями:

1. Задачи решаются в тетради и решение любой задачи студент должен уметь объяснить.
2. Задание надо выполнять аккуратным почерком, ручкой одного цвета.
3. Чертежи схем должны быть выполнены в соответствии с требованиями черчения и только карандашом.
4. Порядок подстановки числовых значений должен соответствовать порядку расположения в формуле буквенных обозначений этих величин.
5. При решении задач применять Международную систему единиц (СИ), а также кратные и дольные от них.
6. Для обозначения основных общетехнических величин использовать только стандартные символы.

7. Тщательно проверить правильность всех вычислений, обратить особое внимание на соблюдение правильности размерностей, подставленных в формулу значений.

Вариант самостоятельной работы соответствует порядковому номеру студента по списку в журнале теоретического обучения.

ОЦЕНИВАНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ СТУДЕНТОВ

| Оценка | Критерии оценки знаний студентов |
|----------------------------|--|
| «5» отлично | работа выполнена полностью без ошибок и недочетов |
| «4» хорошо | работа выполнена полностью, но при наличии в ней более 1 негрубой ошибки и 1 недочета или 3 недочетов |
| «3» удовлетворительно | работа выполнена на $\frac{2}{3}$ всего объема; работа выполнена полностью, но при наличии в ней более 1 грубой ошибки 2 недочетов, или 1 грубой ошибки и 1 негрубой ошибки, или 3 негрубые ошибки, или 4 недочета |
| «2» неудовлетворительно | работа правильно выполнена менее чем на $\frac{2}{3}$ всего объема или число ошибок и недочетов превышает норму для оценки «3» |

ПЕРЕЧЕНЬ ОШИБОК

Грубые ошибки:

1. Незнание определений основных понятий, законов, правил, основных положений теории, формул, общепринятых символов обозначения технических величин, единиц их измерения.
2. Неумение выделять в ответе главное.
3. Неумение применять знания для решения задач; неправильно сформулированные вопросы задачи или неверные объяснения хода ее решения; незнание приемов решения задач, аналогичных ранее решенных на занятиях.
4. Неумение читать и строить графики и кинематические схемы.

Негрубые ошибки:

1. Неточности формулировок, определений, понятий, законов, теорий, вызванные неполнотой охвата основных признаков определяемого понятия.
2. Ошибки в условных обозначениях на кинематических схемах; неточности чертежей, графиков и схем.
3. Пропуск или неточное написание наименований единиц технических величин,
4. нерациональный выбор хода решения.

Недочеты:

1. Нерациональные записи при вычислениях, нерациональные приемы вычислений, преобразований и решений задач.
2. Арифметические ошибки в вычислениях грубо искажающие реальность результата.
3. Небрежное выполнение записей, чертежей, схем и графиков.
4. Орфографические и пунктуационные ошибки.

СТАТИКА

ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СХОДЯЩИХСЯ СИЛ

1. Задание №1

При помощи стержневого устройства ABC (в точках A , B и C соединения шарнирные) удерживаются в равновесии два груза. Определить реакции стержней, удерживающих грузы. Массой стержней пренебречь (*рис. 1*).

Данные для своего варианта взять из *таблицы 1*.

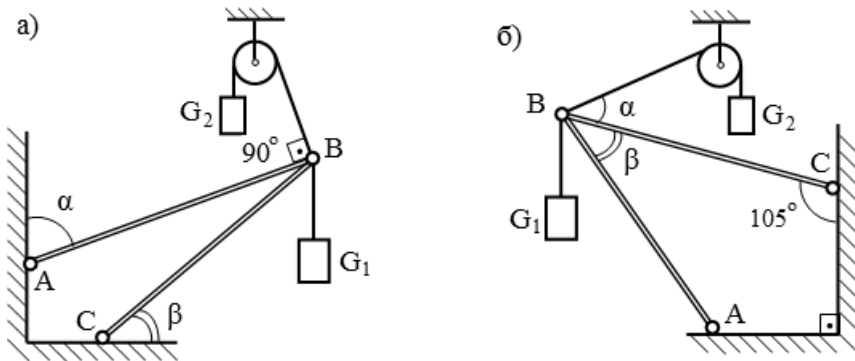


Рис. 1. Схемы к заданию №1

Таблица 1

Варианты задания

| α | град | 80 | 60 | 75 | 65 | 95 | G_1 | G_2 | |
|---------------------------------|------|----|----|----|----|----|-------|-------|--|
| | | 45 | 55 | 65 | 40 | 30 | | | |
| β | | кН | | | | | | | |
| № варианта и данные к задаче | | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 40 | 50 | |
| | | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 30 | 80 | |
| | | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 60 | 40 | |
| | | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 20 | 50 | |
| | | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 50 | 80 | |
| | | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 80 | 40 | |
| | | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 40 | 20 | |

Прежде, чем приступить к выполнению задания №1 необходимо изучить раздел «Плоская система сходящихся сил».

2. Цель задания

- 2.1 Научиться расставлять активные и реактивные силы.
- 2.2 Научиться составлять расчетную схему.
- 2.3 Научиться определять усилие в стержнях системы аналитическим путем.

3. Повторение теоретического материала

- 3.1 Какие силы образуют плоскую систему сходящихся сил?
- 3.2 Что такое силовой многоугольник?
- 3.3 Как определяется равнодействующая системы?
- 3.4 Геометрическое условие равновесия плоской системы сходящихся сил.
- 3.5 Какие уравнения и сколько можно составить для уравновешенной плоской системы сходящихся сил?

4. Методические рекомендации к выполнению задания

- 4.1 Внимательно прочитайте условие задачи, запишите, что дано, и что требуется определить.
- 4.2 Составьте расчетную схему.
- 4.3 Составьте и решите относительно неизвестных два уравнения равновесия.
- 4.4 Если в результате вычислений хотя бы одно неизвестное получилось со знаком «-» необходимо объяснить.
- 4.5 Написать ответ.
- 4.6 Если при выполнении практической работы появились затруднения – это значит, что материал темы не усвоен.

5. Пример решения задания №1

При помощи стержневого устройства ABC (в точках A , B и C соединения шарнирные) удерживаются в равновесии два груза. Определить реакции стержней, удерживающих грузы. Массой стержней пренебречь (*рис. 2*).

ДАНО: $G_1 = 80$ кН; $G_2 = 60$ кН.

НАЙТИ: R_A , R_C .

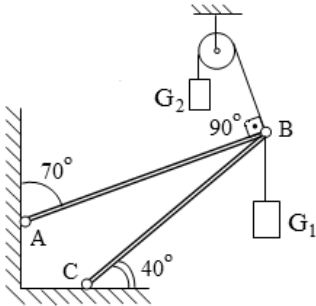


Рис. 2. Схема к заданию №1

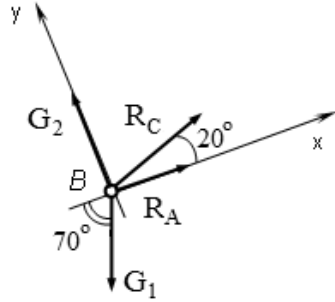


Рис. 3. Аналитический способ решения

РЕШЕНИЕ:

1. Рассматриваем равновесие шарнира B .
2. Освобождаем шарнир B от связей и изображаем действующие на него активные силы и реакции связей.
3. Выбираем систему координат (рис. 3) и составляем уравнения равновесия для системы сил, действующих на шарнир B :

$$\Sigma F_{nx} = 0; \Sigma F_{nx} = -G_1 \cos 70^\circ + R_C \cos 20^\circ + R_A = 0$$

$$\Sigma F_{ny} = 0; \Sigma F_{ny} = -G_1 \sin 70^\circ + G_2 + R_C \sin 20^\circ = 0$$

Решим их относительно неизвестных R_A и R_C :

из 2-го уравнения:

$$R_C = \frac{G_1 \sin 70^\circ - G_2}{\sin 20^\circ} = \frac{80 \cdot 0,9397 - 60}{0,3420} = 44 \text{ кН}$$

Подставим найденное значение R_C в первое уравнение:

$$R_A = G_1 \cos 70^\circ - R_C \cos 20^\circ = 80 \cdot 0,3420 - 44 \cdot 0,9397 = -14 \text{ кН}$$

Знак «-» в реакции R_A получился из-за того, что первоначально направление реакции было выбрано ошибочно.

4. Решить задачу и проверить правильность полученных результатов, можно графическим способом (рис. 4).

Для построения силового многоугольника выбираем масштаб $\mu_F = 1 \text{ см} : 10 \text{ кН}$.

Из произвольной точки B строим в следующем порядке:

- $BD = G_1$; $DC = G_2$.
 - Из точек B и C проводим прямые, параллельные положениям стержней A и C . Эти прямые пересекаются в точке A так, что $CA = R_C$, $AB = R_A$.
- Отсюда $R_C = CA \cdot \mu_F = 4,4 \cdot 1 = 44 \text{ кН}$; $R_A = AB \cdot \mu_F = 1,4 \cdot 1 = 14 \text{ кН}$.

ОТВЕТ: $R_A = -14 \text{ кН}$; $R_C = 44 \text{ кН}$.

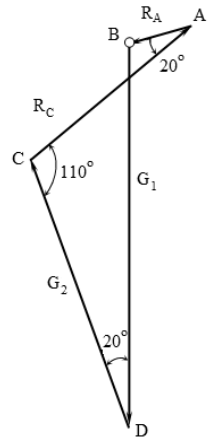
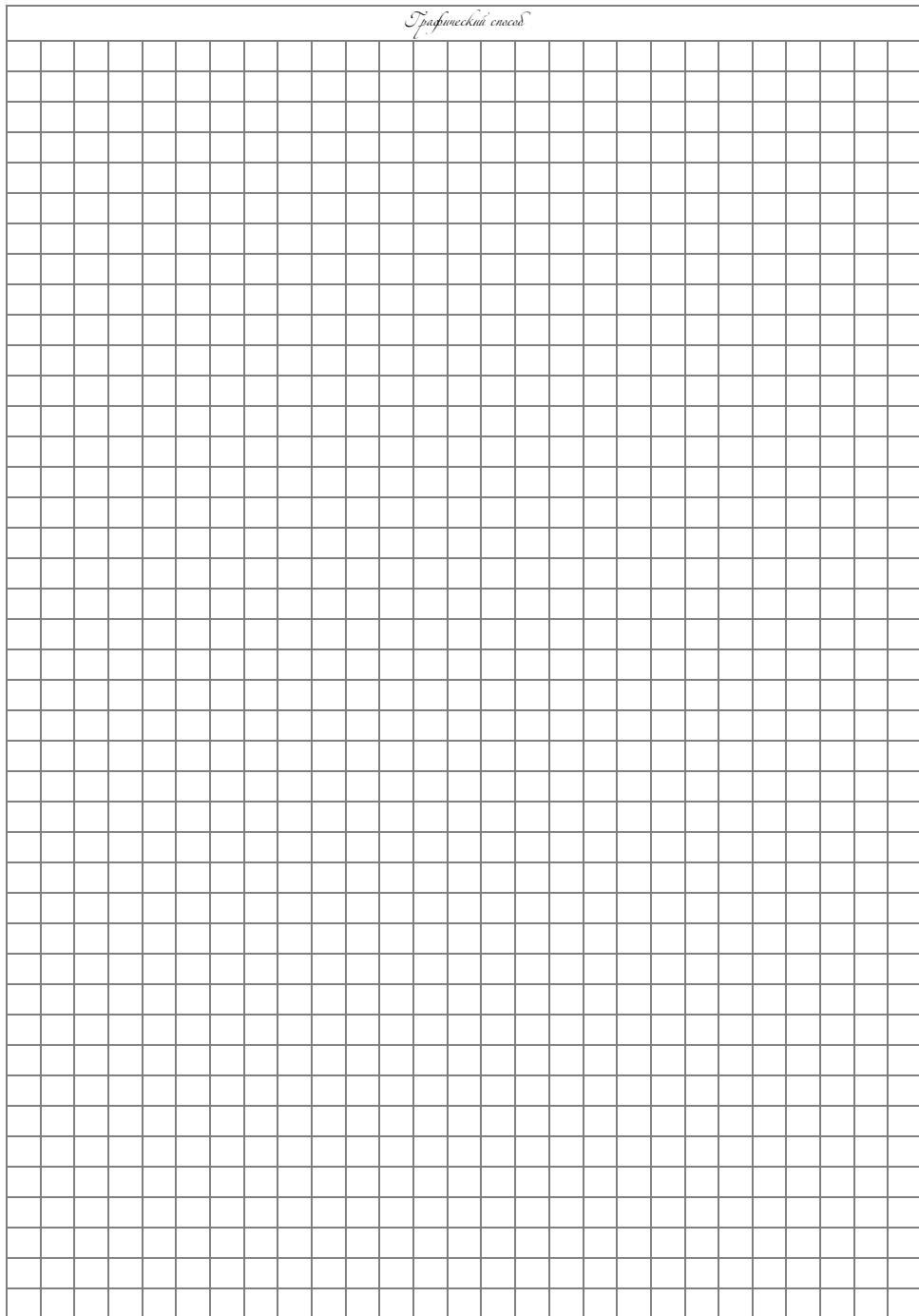


Рис. 4. Графический способ решения

The page contains a large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares. The grid is intended for analytical work, as indicated by the header text.



ПЛОСКАЯ СИСТЕМА ПРОИЗВОЛЬНО РАСПОЛОЖЕННЫХ СИЛ

1. Задание № 2

Для двухопорной балки, нагруженной сосредоточенными силами F_1 , F_2 и парой сил с моментом M определить реакции опор (рис. 5). Данные для своего варианта взять из таблицы 2.

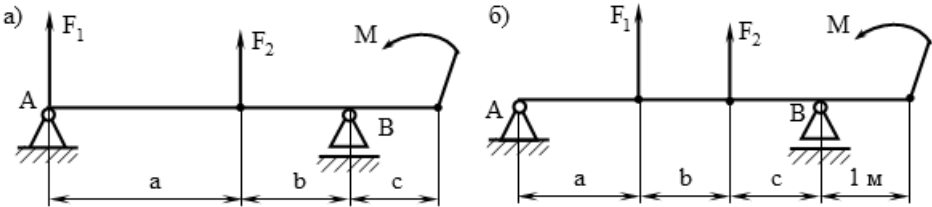


Рис. 5. Схемы к заданию №2

Таблица 2

Варианты задания

| M | кН·м | 20 | -25 | 30 | -10 | 15 | F_1 | F_2 |
|---------------------------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-------|-------|
| $(a+b+c)$ | см | 130 | 100 | 120 | 140 | 150 | | |
| b, c | см | 30 | 20 | 36 | 40 | 10 | кН | |
| № варианта и данные к задаче | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 40 | -10 |
| | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | -20 | 42 |
| | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 18 | -25 |
| | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | -30 | 16 |
| | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 12 | -45 |
| | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | -25 | 28 |
| | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | -10 | -0,4 |

Прежде, чем приступить к выполнению задания №2 необходимо изучить тему «Плоская система произвольно расположенных сил».

2. Цель задания

Ознакомиться с устройством опор балок, составить расчетные схемы и определить реакции их опор.

3. Повторение теоретического материала

- 3.1 Сколько реакций и какие дают шарнирно-подвижная и шарнирно-неподвижная опоры?
- 3.2 Сколько реакций и какие дает жесткая заделка (зашемление)?
- 3.3 Сколько независимых уравнений равновесия можно составить для плоской системы параллельных сил?
- 3.4 Что собой представляет консольная балка?

4. Методические рекомендации к выполнению задания

- 4.1 Внимательно прочитать условие задачи, записать, что дано и что требуется определить.
- 4.2 Расставить все активные и реактивные силы.
- 4.3 Составить расчетную схему.
- 4.4 Составить и решить относительно неизвестных три уравнения равновесия (для системы параллельных сил – два уравнения).
- 4.5 Сделать проверку правильности решения. Если в уравнении проверки не получается «0», то может быть два объяснения:
 - а. в проверке получается число > 1 – ищите ошибки в составлении и решении уравнений равновесия;
 - б. в проверке получается число < 1 – это значит, что при вычислении реакций опор округлялись. В таком случае требуется объяснение.
- 4.6 Написать ответ. Если хотя бы одно неизвестное получилось со знаком «-» - требуется объяснение.

5. Пример решения задания №2

Для двухопорной балки, нагруженной сосредоточенными силами F_1 , F_2 и парой сил с моментом M определить реакции опор балки (*рис. 6-а*).

ДАНО: $F_1 = 15$ кН; $F_2 = 4$ кН; $M = 2$ кН·м.

НАЙТИ: R_A , R_B .

РЕШЕНИЕ:

1. Изобразим балку с действующими на нее нагрузками. Строим расчетную схему балки (рис. 6-б).

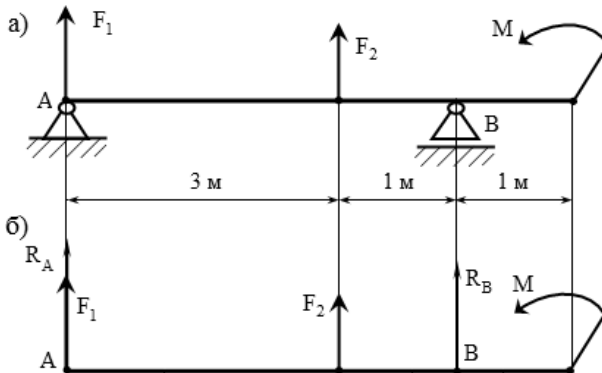


Рис. 6. Определение реакций опор балки

2. Составляем уравнения равновесия и определяем неизвестные реакции опор:

$$\Sigma M_A(F_n) = 0: \Sigma M_A(F_n) = F_1 \cdot 0 + F_2 \cdot 3 + R_B \cdot 4 + M = 0;$$

$$\Sigma M_B(F_n) = 0: \Sigma M_B(F_n) = -R_A \cdot 4 - F_1 \cdot 4 - F_2 \cdot 1 + R_B \cdot 0 + M = 0$$

3. Решим их относительно неизвестных:

из 1-го уравнения:

$$R_B = \frac{-4 \cdot 3 - 2}{4} = -3,5 \text{ кН}$$

из 2-го уравнения:

$$R_A = \frac{15 \cdot 4 + 4 \cdot 1 - 2}{-4} = -15,5 \text{ кН}$$

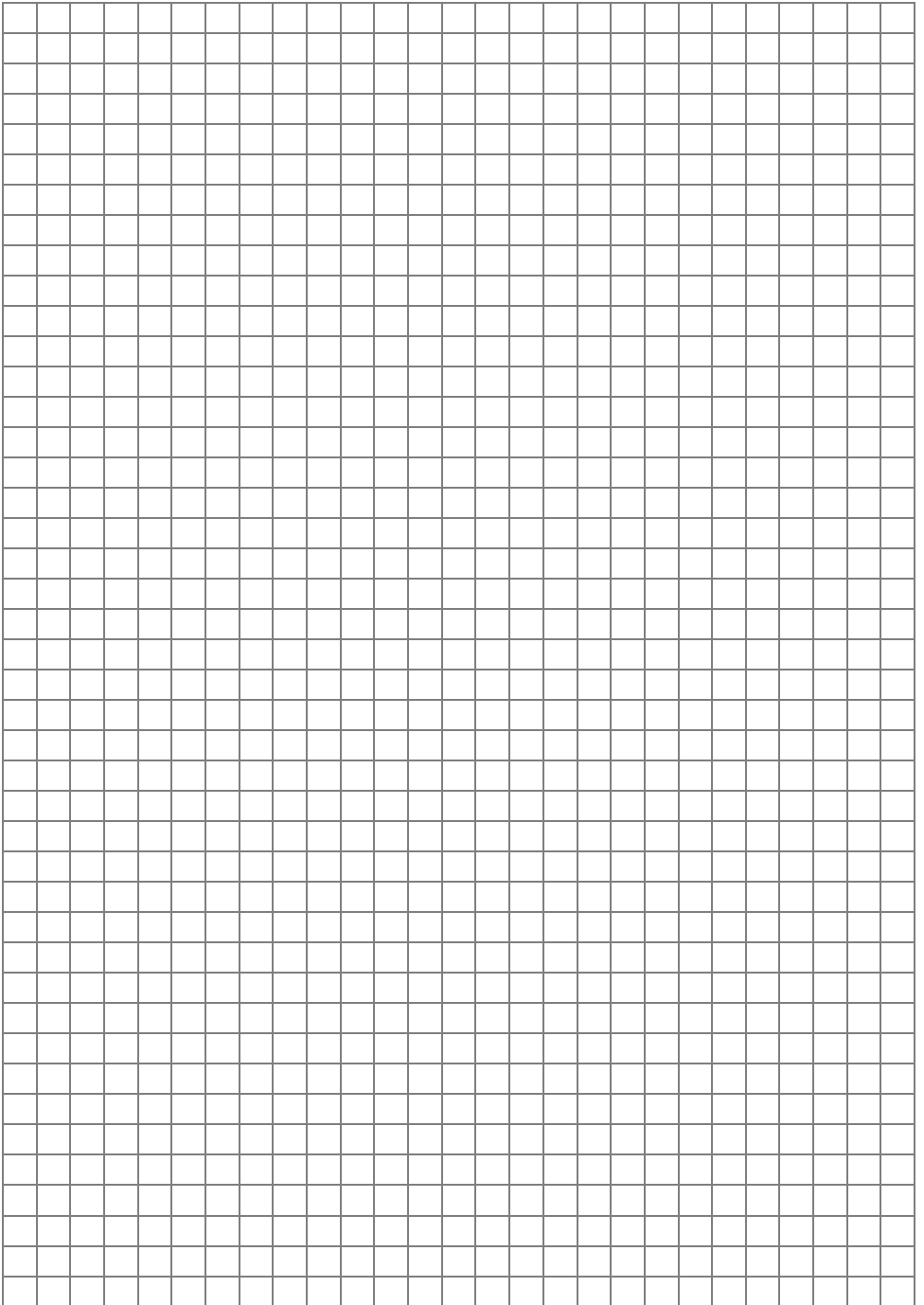
Проверка:

Для проверки правильности решения задачи примем уравнение, которое не использовалось при решении:

$$\Sigma F_{ny} = 0: \Sigma F_{ny} = R_A + F_1 + F_2 + R_B + 0 = 15 - 3,5 + 4 - 0$$

$0 = 0$, следовательно опорные реакции определены правильно

ОТВЕТ: $R_A = -15,5 \text{ кН}; R_B = -3,5 \text{ кН}$.



ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

1. Задание №3

Для заданной плоской однородной пластины определить положение центра тяжести (*рис. 7*). Данные своего варианта взять из *таблицы 3*.

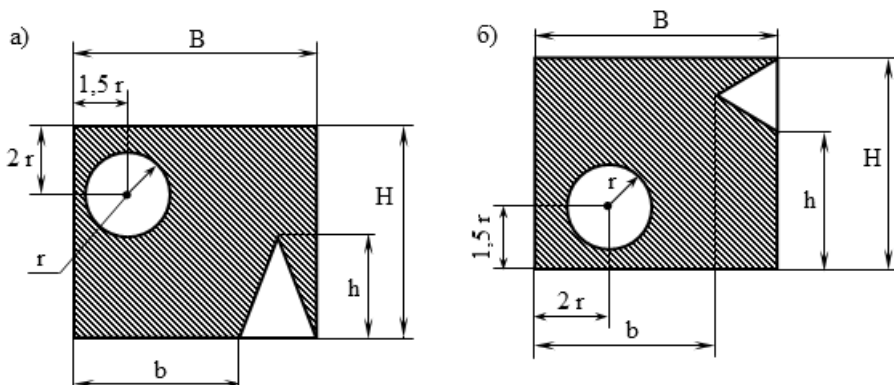


Рис. 7. Схемы к заданию №3

Таблица 3

Варианты задания

| B , мм | 100 | 110 | 120 | 130 | 140 | r | H | h |
|---------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| b , мм | 60 | 74 | 82 | 70 | 100 | | | |
| № варианта и данные к задаче | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 20 | 180 | 50 |
| | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 18 | 190 | 60 |
| | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 170 | 70 |
| | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 14 | 160 | 80 |
| | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 12 | 175 | 85 |
| | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 15 | 185 | 45 |
| | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 10 | 165 | 55 |

2. Цель задания

- 2.1 Проверить степень усвоения студентами темы «Центр тяжести».
- 2.2 Научиться определять координаты центра тяжести плоских фигур аналитическим путем.

3. Повторение пройденного материала

- 3.1 Можно ли рассматривать силу тяжести как равнодействующую параллельных сил?
- 3.2 Может ли располагаться центр тяжести вне самого тела?
- 3.3 Как можно определить положение центра тяжести опытным путем?
- 3.4 Как необходимо рационально производить разбиение пластины сложной формы на простые фигуры при определении центра тяжести всей пластины?
- 3.5 В чем заключается метод симметрии при решении задач?

4. Методические рекомендации к выполнению задания

- 4.1 Внимательно прочитайте условие задачи, нарисуйте эскиз фигуры с заданными размерами и запишите, что требуется определить.
- 4.2 При решении задачи способом разбиения (дистраивания) последовательность действий такова:

- приложить систему координат;
- разбить (достроить) фигуру на наименьшее число простейших геометрических фигур;
- определить положение центра тяжести каждой простейшей геометрической фигуры (графически);
- определить координаты центра тяжести каждой простейшей геометрической фигуры, считая от начала координат $x_1, y_1; x_2, y_2 \dots x_n, y_n$;
- определить площади поперечных сечений каждой простейшей геометрической фигуры $A_1, A_2 \dots A_n$;
- вычислить координаты всей фигуры по формулам:

$$X_C = \frac{\sum A_n \cdot X_n}{\sum A_n} Y_C = ;$$

- по найденным координатам показать центр тяжести на фигуре.

5. Пример выполнения задания №3

Для заданной плоской однородной пластины (*рис. 8*) определить положение центра тяжести.

ДАНО: $B=180$ мм; $b=140$ мм; $r=10$ мм; $H=160$ мм; $h=100$ мм.

НАЙТИ: $C(x_C; y_C)$.

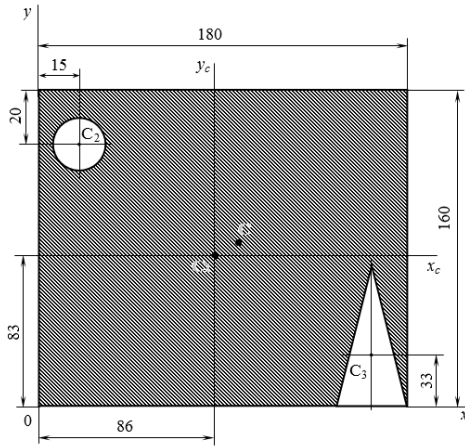


Рис. 8. Определение центра тяжести плоской однородной пластины

РЕШЕНИЕ:

1. Разбиваем сложное сечение пластины на 3 простых сечения: прямоугольник, круг, треугольник.
2. Определяем необходимые данные для простых сечений:

прямоугольник: 180×160 ;

$$A_1 = 180 \cdot 160 = 28800 \text{ мм}^2 = 288 \text{ см}^2;$$

$$C_1 (9; 8).$$

круг:

$$A_2 = \pi R^2 = 3,14 \cdot 10^2 = 314 \text{ мм}^2 = 3,14 \text{ см}^2;$$

$$C_2 (1,5; 14).$$

треугольник:

$$A_3 = 100 \cdot 40 / 2 = 2000 \text{ мм}^2 = 20 \text{ см}^2;$$

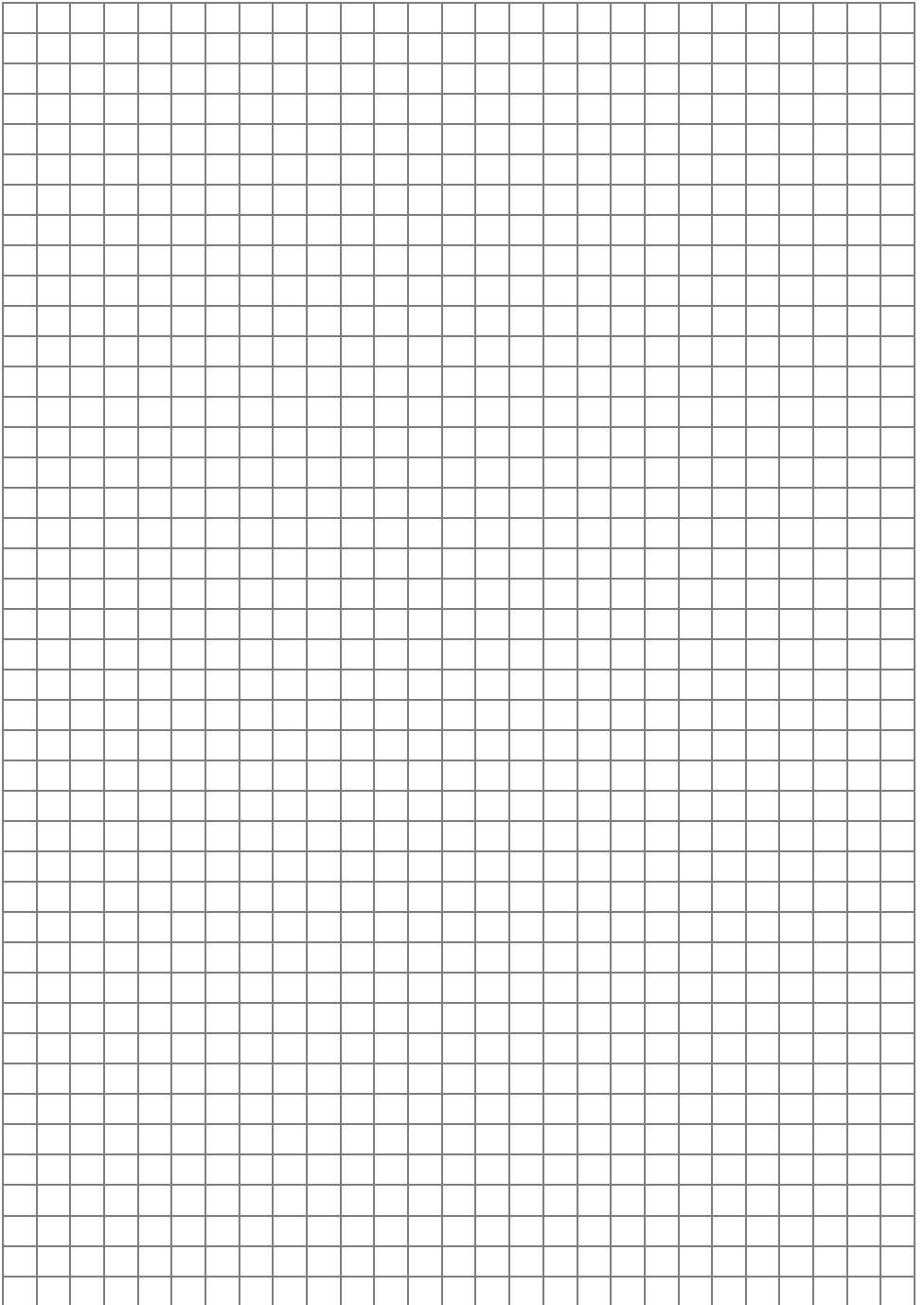
$$C_3 (16; 3,3).$$

3. Определяем положение центра тяжести сложного сечения пластины:

$$x_C = \frac{A_1 \cdot x_1 - A_2 \cdot x_2 - A_3 \cdot x_3}{A_1 - A_2 - A_3} = \frac{288 \cdot 9 - 3,14 \cdot 1,5 - 20 \cdot 16}{288 - 3,14 - 20} = \frac{2267,29}{264,86} = 8,6 \text{ см}$$

$$y_C = \frac{A_1 \cdot y_1 - A_2 \cdot y_2 - A_3 \cdot y_3}{A_1 - A_2 - A_3} = \frac{288 \cdot 8 - 3,14 \cdot 14 - 20 \cdot 3,3}{288 - 3,14 - 20} = \frac{2844,65}{264,86} = 8,3 \text{ см}$$

ОТВЕТ: $x_C=8,6$ см; $y_C=8,3$ см.



КИНЕМАТИКА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ТОЧКИ

1. Задание №4

Автомобиль движется по круглому арочному мосту радиуса r (рис. 9) согласно уравнению $S = At^3 + Bt^2 + Ct + D$ (S –[м], t –[с]). Построить графики перемещения, скорости и касательного ускорения для первых пяти секунд движения. На основании анализа построенных графиков указать: участки ускоренного и замедленного движения.

Данные своего варианта взять из таблицы 4.

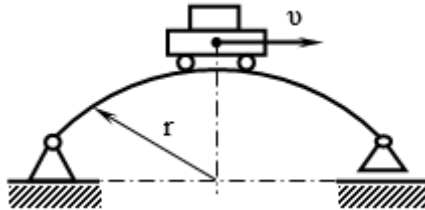


Рис. 9. Схема к заданию №4

Таблица 4

Варианты задания

| A | 0,2 | 0,5 | 0,3 | 0,1 | 0,4 | B | D |
|-----------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|
| C | 3 | -1 | 2 | -4 | 5 | | |
| $r, м$ | 30 | 20 | 60 | 40 | 10 | | |
| № варианта и данные для задачи | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | -4 | 10 |
| | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 2 | 12 |
| | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | -8 | 14 |
| | 16 | 17 | 23 | 24 | 20 | -6 | 16 |
| | 21 | 22 | 18 | 19 | 25 | 2 | -5 |
| | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 3 | -1 |
| | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | -1 | 8 |

2. Цель задания

- 2.1 Проверить степень усвоения студентами темы «Кинематика точки. Построение графиков пути, скорости, ускорения».
- 2.2 Научиться строить кинематические графики.

3. Повторение теоретического материала

- 3.1 Что такое «закон движения точки» и какими способами он задается?
- 3.2 Что характеризует нормальное и касательное ускорение и как их можно определить?
- 3.3 Как определить числовое значение и направление скорости точки в данный момент?
- 3.4 Что называется равнопеременным движением и какие виды его существуют?
- 3.5 Что такое средняя скорость движения точки и как она определяется?

4. Методические рекомендации к выполнению задания

- 4.1 Продифференцировать заданное уравнение движения, чтобы получить уравнение скорости

$$v = \frac{dS}{dt}, \text{ м/с}$$

- 4.2 Продифференцировать уравнение скорости, чтобы получить значение касательного ускорения:

$$a_t = \frac{dv}{dt}, \text{ м/с}^2$$

- 4.3 Составить свободную таблицу числовых значений S , v , a_t при значениях времени t от 0 до 5 с.
- 4.4 Построить графики S , v , a_t , выбрав масштабы для изображения по осям ординат, а также одинаковой для всех графиков масштаб времени по оси абсцисс.

5. Пример выполнения задания №4

Автомобиль движется по круглому арочному мосту радиуса $r=50$ м согласно уравнению $S=0,2t^3-t^2+0,6t$ (S — [м], t — [с]). Построить графики перемещения, скорости и касательного ускорения для первых пяти секунд движения.

ДАНО: Закон движения автомобиля $S=0,2t^3-t^2+0,6t$, $t=5$ с.

НАЙТИ: построить графики перемещения, скорости и касательного ускорения.

РЕШЕНИЕ:

1. Находим уравнения скорости:

$$v = \frac{dS}{dt} = (0,2t^3 - t^2 + 0,6t)' = 0,6t^2 - 2t + 0,6$$

при $t=0$ мин $v_0=0,6$ м/с.

2. Находим уравнение ускорения

$$a_t = \frac{dv}{dt} = (0,6t^2 - 2t + 0,6)' = 1,2t - 2$$

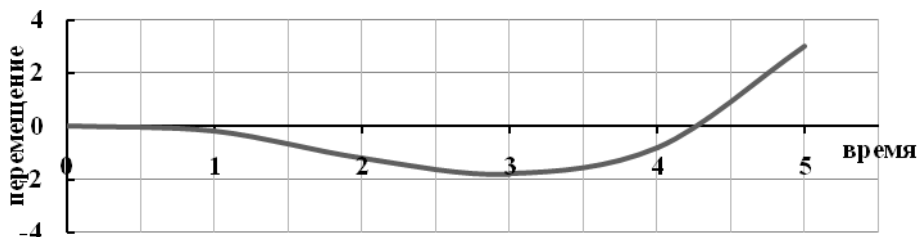
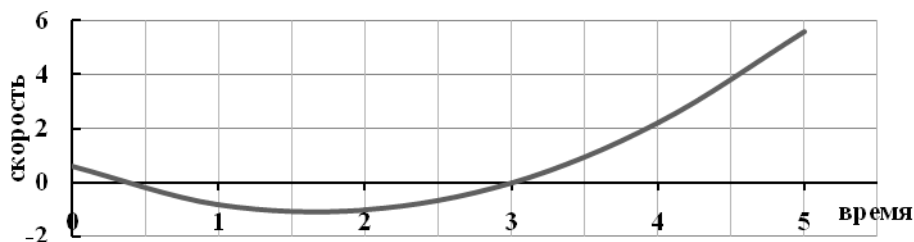
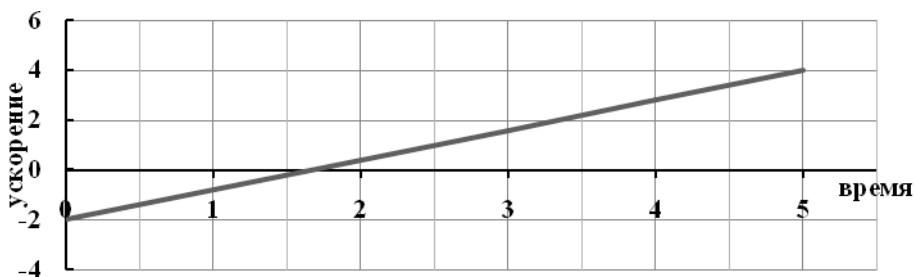
при $t=0$ мин $a_t = -2$ м/с².

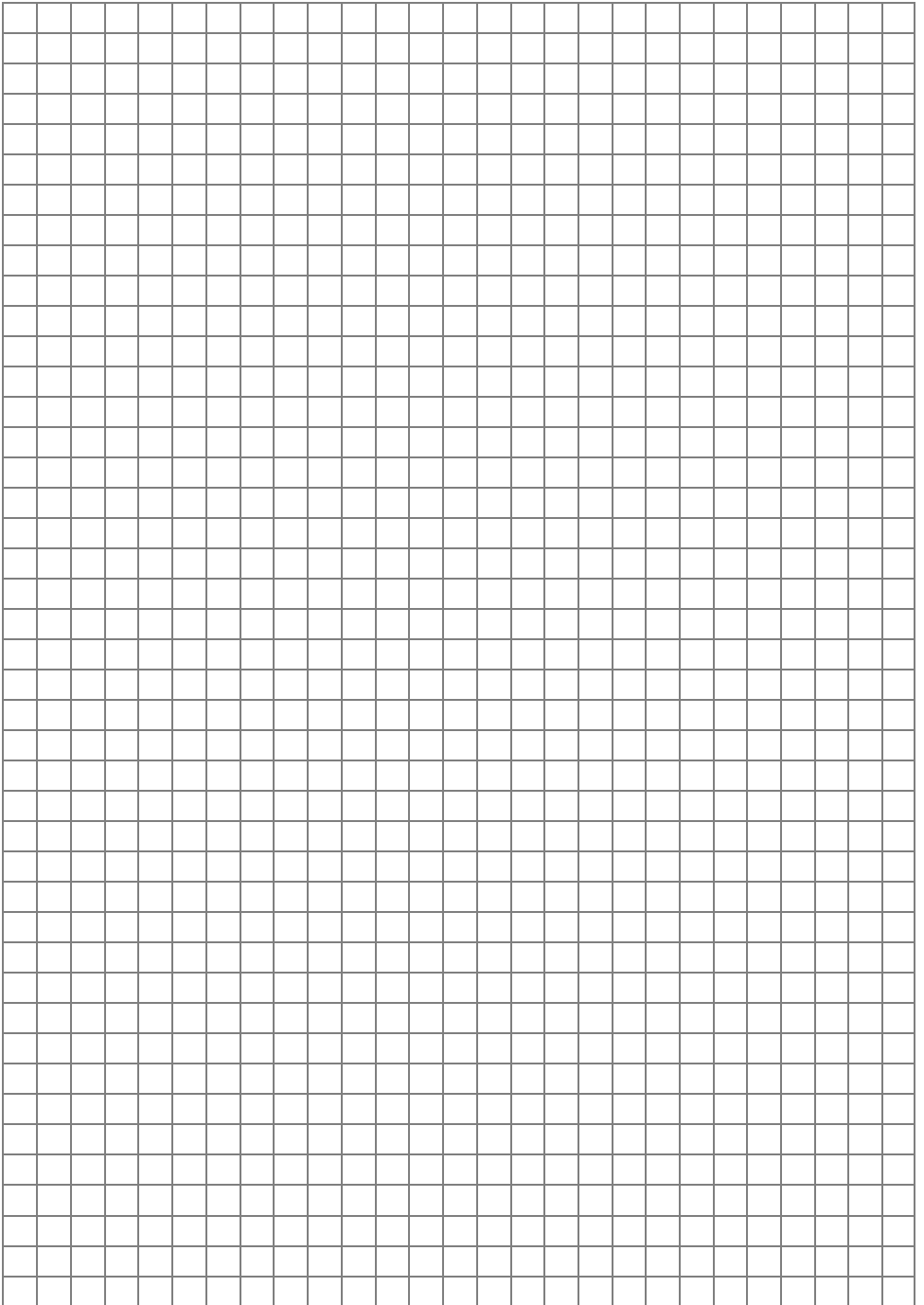
3. Для построения графиков составляем сводную таблицу численных значений параметров движения автомобиля (таблица 5).

Таблица 5

| Значения t , с | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---------------------------------|-----|------|------|------|------|-----|
| $S=0,2t^3-t^2+0,6t$, м | 0 | -0,2 | -1,2 | -1,8 | -0,8 | 3 |
| $v=0,6t^2-2t+0,6$, м/с | 0,6 | -0,8 | -1 | 0 | 2,2 | 5,6 |
| $a_t=1,2t-2$, м/с ² | -2 | -0,8 | 0,4 | 1,6 | 2,8 | 4 |

4. Построим графики S , v , a_t , выбрав масштаб.

График зависимости $S-t$ График зависимости $v-t$ График зависимости a_t-t 



ПРОСТЕЙШИЕ ДВИЖЕНИЯ ТВЁРДОГО ТЕЛА

1. Задание №5

Вал вращается согласно уравнению $\varphi = At^2 + Bt + C$ (φ –[рад], t –[с]). Определить угловую скорость, угловое ускорение, линейную скорость и полное ускорение вала в момент времени $t = 1$ с. Сколько оборотов сделает вал за 20 секунд?

Данные своего варианта взять из *таблицы 6*.

Таблица №6

Варианты задания

| А | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | В | С |
|-----------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------|-----------|
| <i>d, м</i> | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | | |
| № варианта и данные для задачи | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 1 | 1 |
| | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | -1 | 2 |
| | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 2 | -3 |
| | 16 | 17 | 23 | 24 | 20 | -2 | -4 |
| | 21 | 22 | 18 | 19 | 25 | 3 | 5 |
| | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | -3 | -6 |
| | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 4 | 7 |

2. Цель задания

- 2.1 Проверить степень усвоения студентами темы «Простейшие движения твердого тела».
- 2.2 Научиться определять угловые характеристики вращающегося тела.

3. Повторение пройденного материала

- 3.1 Что называется вращательным движением твердого тела?
- 3.2 Какими угловыми кинематическими характеристиками можно описать вращательное движение твердого тела?
- 3.3 Что называется равномерным и равнопеременным вращательным движением?
- 3.4 Какая связь существует между линейными и угловыми характеристиками?

- 3.5 Какая связь существует между угловой скоростью ω , с^{-1} и частотой вращения n , мин^{-1} .

4. Методические рекомендации к выполнению задания

- 4.1 Записать условие задачи, что дано и что требуется определить, исходя из данных для своего варианта.
- 4.2 Продифференцировать заданное уравнение движения, чтобы получить уравнение угловой скорости вала и вычислить её значение при $t = 1\text{с}$.

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \text{с}^{-1}$$

- 4.3 Продифференцировать полученное уравнение для угловой скорости, чтобы получить уравнение углового ускорения вала и вычислить его значение при $t = 1\text{с}^2$.

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}, \text{с}^{-2}$$

- 4.4 Определить линейную скорость

$$v = \omega \cdot r, \text{м/с}$$

- 4.5 Определить касательное и нормальное ускорения

$$a_{\tau} = \varepsilon \cdot r, \text{м/с}^2$$

$$a_n = \omega^2 \cdot r, \text{м/с}^2$$

- 4.6 Определить полное ускорение

$$a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2}, \text{м/с}^2$$

- 4.7 Определить угол поворота вала φ за 20с.

- 4.8 Найти число оборотов вала

$$N = \frac{\varphi}{2\pi}, \text{оборотов}$$

5. Пример выполнения задания №5

Вал диаметром 0,2м вращается согласно уравнению $\varphi = 1,2t^2 - t + 9$ [рад]. Определить угловую скорость, угловое ускорение, линейную скорость, полное ускорение в момент времени $t = 1\text{с}$. Сколько оборотов сделает вал за 15 с?

ДАНО: $\varphi = 1,2t^2 - t + 9$; $d = 0,2\text{м}$; $t = 1\text{с}$.

НАЙТИ: ω , ε , v , a_n , a_τ , a , N .

РЕШЕНИЕ:

1. Определим угловую скорость вращения по формуле:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = (1,2t^2 - t + 9)' = 2,4t - 1, \text{ с}^{-1}$$

Подставив $t = 1$ с, получим

$$\omega = 2,4 \cdot 1 - 1 = 1,4 \text{ с}^{-1}$$

2. Определим угловое ускорение:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = (2,4t - 1)' = 2,4 \text{ с}^{-2}$$

Угловое ускорение от времени не зависит и является постоянным.

5.3 Линейная скорость определяется по формуле:

$$v = 2,4 \cdot 0,1 = 0,24 \text{ м/с}$$

5.4 Касательное ускорение определяется по формуле:

$$a_\tau = 2,4 \cdot 0,1 = 0,24 \text{ м/с}^2$$

5.5 Нормальное ускорение определяется по формуле:

$$a_n = 1,4^2 \cdot 0,1 = 0,154 \text{ м/с}^2$$

5.6 Полное ускорение вала

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{0,24^2 + 0,154^2} = 0,29 \text{ м/с}^2$$

5.7 Угол поворота вала за 15 секунд вращения будет:

$$\varphi = 1,2t^2 - t + 9 = 1,2 \cdot 15^2 - 15 + 9 = 264 \text{ рад}$$

5.8 Число оборотов вала за 15 секунд будет:

$$N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{264}{2 \cdot 3,14} = 42 \text{ оборота}$$

ОТВЕТ: $\omega = 1,4 \text{ с}^{-1}$;

$$\varepsilon = 2,4 \text{ с}^{-2};$$

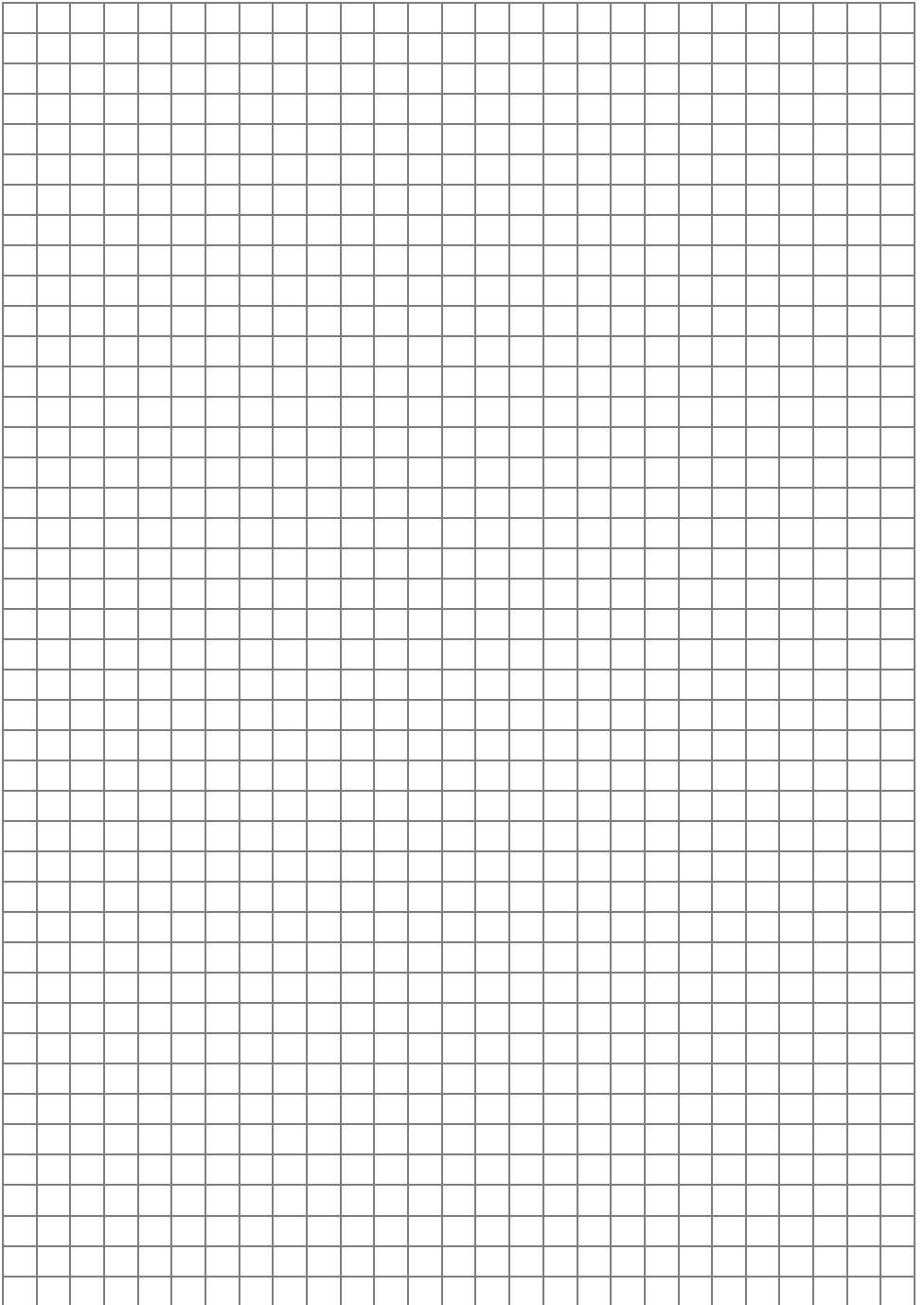
$$v = 0,24 \text{ м/с};$$

$$a_\tau = 0,24 \text{ м/с}^2;$$

$$a_n = 0,154 \text{ м/с}^2;$$

$$a = 0,29 \text{ м/с}^2;$$

$$N = 42 \text{ оборота.}$$



ДИНАМИКА

ДВИЖЕНИЕ НЕСВОБОДНОЙ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ. СИЛА ИНЕРЦИИ

1. Задание №6

С какой скоростью мотоциклист должен проехать по выпуклому мосту, радиус кривизны которого задан, чтобы в самой верхней точке моста сила давления мотоциклиста на мост была в n раз меньше его общей с мотоциклистом силы тяжести. Данные своего варианта взять из *таблицы 7*.

Таблица №7

Варианты задания

| $r, м$ | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | n |
|-----------------------------------|----|----|----|----|----|-----|
| № варианта и данные для задачи | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 2 |
| | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 3 |
| | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 4 |
| | 16 | 17 | 23 | 24 | 20 | 5 |
| | 21 | 22 | 18 | 19 | 25 | 6 |
| | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 7 |
| | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 8 |

2. Цель задания

- 2.1 Проверить степень усвоения студентами темы «Движение несвободной материальной точки. Силы инерции».
- 2.2 Научиться решать задачи динамики, применяя принцип Даламбера (кинетостатики).

3. Повторение пройденного материала

- 3.1 Что называется силой инерции и в каком виде движения она возникает?
- 3.2 В чем заключается принцип Даламбера (кинетостатики)?
- 3.3 Что такое центробежная сила и куда она направлена?
- 3.4 По какой формуле необходимо определять центробежную силу?
- 3.5 Когда возникает касательная составляющая силы инерции и куда она направлена?

4. Методические указания к выполнению задания

- 4.1 Нарисовать рисунок согласно условию, записать что дано и что требуется определить.
- 4.2 Расставить все активные, реактивные силы и силу инерции $F_{ин}$.

- 4.3 Приложить ось координат.
 4.4 Составить уравнение равновесия, спроектировать все силы на ось.
 4.5 Вычислить неизвестную величину $F_{ин}$ из уравнения и определить скорость движения.

5. Пример решения задания №6

С какой скоростью мотоциклист должен проехать по выпуклому мосту, радиус кривизны которого равен 25 м, чтобы в самой верхней точке моста сила давления мотоцикла на мост была в три раза меньше его общей с мотоциклом силы тяжести?

ДАНО: $r = 25 \text{ м}; R = \frac{F_T}{n} = \frac{mg}{3}, H; n = 3.$

НАЙТИ: $v.$

РЕШЕНИЕ:

- Составим расчетную схему (рис. 10), на которой покажем активную силу ($\overline{F_m}$), реактивную силу (\overline{R}) и силу инерции ($\overline{F_{ин}}$).
- Спроектируем все силы на ось y :

$$\Sigma F_{ny} = 0: F_{y\delta} + R - F_m = 0.$$
- Поскольку необходимо определить скорость движения мотоциклиста, а она входит в формулу центральной силы, следовательно, выразим $F_{ин}$:

$$F_{ин} = F_T - R.$$

- Выразим все величины через исходные данные для расчета:

$$\frac{mv^2}{r} = mg - \frac{mg}{3}$$

- Сокращая на величину массы получаем:

$$\frac{v^2}{r} = g - \frac{g}{3}$$

- Определим скорость движения:

$$v^2 = r\left(g - \frac{g}{3}\right)$$

$$v = \sqrt{r\left(g - \frac{g}{3}\right)} = \sqrt{25\left(9,81 - \frac{9,81}{3}\right)} = \sqrt{801,97} \approx 28,3 \text{ м/с}$$

ОТВЕТ: $v = 28,3 \text{ м/с}.$

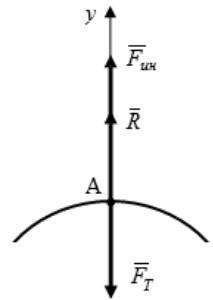
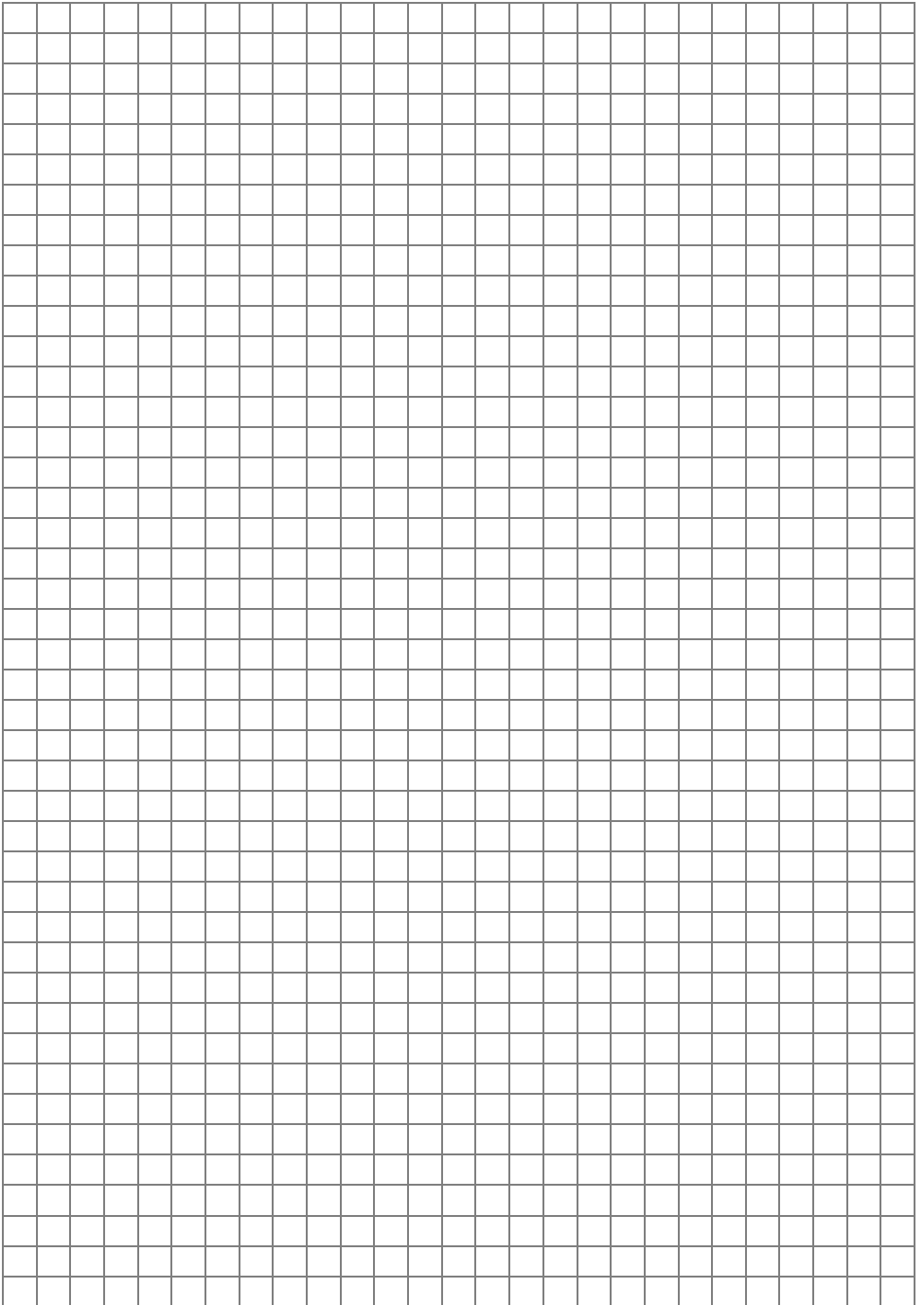


Рис. 10. Расчетная схема



ПРИЛОЖЕНИЯ

Значения тригонометрических функций некоторых углов

| α° | sin | cos | tg | ctg |
|----------------|--------|--------|--------|--------|
| 0 | 0,0000 | 1,0000 | 0,0000 | 343,8 |
| 5 | 0,0872 | 0,9962 | 0,0875 | 11,43 |
| 10 | 0,1736 | 0,9848 | 0,1763 | 5,671 |
| 12 | 0,2079 | 0,9781 | 0,2126 | 4,7046 |
| 14 | 0,2419 | 0,9703 | 0,2493 | 4,0108 |
| 15 | 0,2588 | 0,9659 | 0,2679 | 3,7321 |
| 16 | 0,2756 | 0,9613 | 0,2868 | 3,4874 |
| 18 | 0,3090 | 0,9511 | 0,3249 | 3,0777 |
| 20 | 0,3420 | 0,9397 | 0,3640 | 2,7475 |
| 22 | 0,3746 | 0,9272 | 0,4040 | 2,4750 |
| 24 | 0,4067 | 0,9135 | 0,4452 | 2,2460 |
| 25 | 0,4226 | 0,9063 | 0,4663 | 2,1445 |
| 26 | 0,4384 | 0,8988 | 0,4877 | 2,0503 |
| 28 | 0,4695 | 0,8830 | 0,5317 | 1,8807 |
| 30 | 0,5000 | 0,8660 | 0,5774 | 1,7321 |
| 32 | 0,5299 | 0,8481 | 0,6249 | 1,6003 |
| 35 | 0,5736 | 0,8192 | 0,7002 | 1,4282 |
| 36 | 0,5878 | 0,8090 | 0,7265 | 1,3764 |
| 38 | 0,6157 | 0,7880 | 0,7813 | 1,2799 |
| 40 | 0,6428 | 0,7660 | 0,8391 | 1,1918 |
| 42 | 0,6691 | 0,7431 | 0,9004 | 1,1106 |
| 45 | 0,7071 | 0,7071 | 1,0000 | 1,0000 |
| 48 | 0,7431 | 0,6691 | 1,1106 | 0,9004 |
| 50 | 0,7660 | 0,6428 | 1,1918 | 0,8391 |
| 52 | 0,7880 | 0,6157 | 1,2799 | 0,7813 |
| 54 | 0,8090 | 0,5878 | 1,3764 | 0,7265 |
| 55 | 0,8192 | 0,5736 | 1,4281 | 0,7002 |
| 60 | 0,8660 | 0,5000 | 1,7321 | 0,5774 |
| 62 | 0,8830 | 0,4695 | 1,8807 | 0,5317 |
| 65 | 0,9063 | 0,4226 | 2,1445 | 0,4663 |
| 70 | 0,9397 | 0,3420 | 2,7475 | 0,3640 |
| 75 | 0,9659 | 0,2588 | 3,7321 | 0,2679 |
| 80 | 0,9848 | 0,1736 | 5,671 | 0,1763 |
| 85 | 0,9962 | 0,0872 | 11,43 | 0,0875 |
| 90 | 1,0000 | 0,0000 | 343,8 | 0,0000 |

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

раздел «Теоретическая механика»

m – масса;
 $F (F_x, F_y, F_z)$ – сила (составляющие силы по координатным осям);
 M – момент силы (момент пары);
 q – интенсивность распределенной нагрузки;
 $R(X, Y, Z)$ – реакция (реактивная сила);
 M_R – реактивный момент в жесткой заделке;
 T – сила натяжения гибкой связи (каната, троса, ремня);
 F_{Σ} – равнодействующая сила;
 M_{Σ} – равнодействующий момент;
 G, F_T – сила тяжести;
 $F_{ин}$ – сила инерции;
 A – площадь;
 C – центр тяжести;
 W – работа силы;
 P – мощность;
 $l(l_{AB})$ – длина (длина между точками A и B);
 t – время;
 s – перемещение, путь;
 v – скорость;
 a – ускорение;
 $a_n(a_{\tau})$ – нормальное (тангенциальное) ускорение;
 φ – угол поворота;
 ω – угловая скорость; рад/с
 ε – угловое ускорение;
 n – частота вращения вала, об/мин;
 η – коэффициент полезного действия (КПД).

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аркуша А.И. Техническая механика: теоретическая механика и сопротивление материалов / А.И. Аркуша – М.: Высшая школа, 2002. – 354 с.
2. Аркуша А.И. Руководство к решению задач по теоретической механике / А.И. Аркуша. – М.: Высшая школа, 2002. – 354 с.
3. Вереина Л.И. Техническая механика / Л.И. Вереина, М.М. Краснов. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. – 352 с.
4. Эрдеди А.А. Техническая механика: Теоретическая механика. Сопротивление материалов / А.А. Эрдеди, Ю.А. Медведев, Н.А. Эрдеди. – М.: Высшая школа, 1991. – 304 с.

